

1984年度

国際基督教大学高等学校入学考查問題

数 学

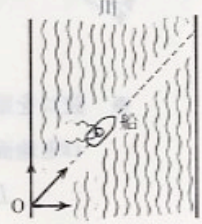
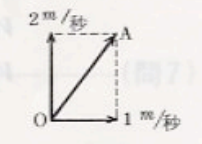
注 意

- これから読む資料文のなかには、初めて聞く言葉がでてくるかもしれませんが、それは心配ありません。資料文を注意深く読めば、知らない言葉でも、それが何を表すか、はっきりわかるように書かれてあるからです。
資料文を読みながら、配られた紙の上で内容を整理したり、資料文に直接書き込みをしてみるとよいでしょう。
文章のあとに問題が11問だされています。問題のまえに書かれている指示にしたがって解答して下さい。
- この考查時間は、10時40分から12時00分までの80分間です。
- その他の要領は、国語の考查と同様です。

考查番号	G J	氏名	
------	--------	----	--

G, Jのいずれかをマルで囲んでください。

つぎの文章は、中学3年のS君と科学者のT先生との対話です。

- S: 何かおもしろい話をしてくださいませんか。
- T: サルを鉄砲でうちに行ったときの話をしよう。
獲物をさがしていたら、1匹のサルが木にぶらさがっていたんだ。かなり遠くだったが腕には自信があったので、サルをねらって鉄砲をうった。すると、弾の発射と同時にサルが木の枝から手をはなしたので、私はてっきり当たらないと思ってがっかりしたんだ。ところが、みごとに命中していた。これを、君はどう思うかな。
- S: どうしてだか、まったくわかりません。
- T: それでは、考えやすいように問題を整理してみよう。まず、サルと弾をそれぞれ点と考え、弾がサルに向かって発射された状況を、空気による抵抗等を無視して考えてみるとしよう。初めに、速度を分解したり、合成したりすることについて説明しよう。
- S: 理科で、力の合成や分解を勉強しましたが、それと関係がありますか。
- T: 大いに関係がある。速度も力と同じように合成したり、分解したりできるのだ。
- 図1は、紙面の下方から上方に向かって毎秒2mの速度で流れている川を表している。川の流れに対し、直角に毎秒1mの速度で船が進んでいる。
- 
- S: ちょっと待ってください。まず、1秒間でどのように進むかを説明してください。
- T: では、図2を見なさい。これからわかるように、上方に毎秒2m、右方に毎秒1mの速度を合成すると、OAの方向に毎秒 $\sqrt{5}$ mの速度で進んだことになる。
- 
- 逆に、OA方向の毎秒 $\sqrt{5}$ mの速度を、上方と右方にそれぞれ毎秒2m、1mの速度に分解することもできるのだ。
- また、速度と距離の関係を求めるには、時間を考えなければならない。

S: それは、わかります。時間と速度をかけると距離が求められるということですね。

T: そうだね。だから、図1の川幅が6 mあったとすると、右方に毎秒1 mの速度で船が進むのだから、川幅を渡りきるには6秒かかるはずだ。したがって、初めの位置より対岸に到着するまでに流された距離は、 $2 \times 6 = 12 \text{ m}$ となる。

話をもとにもどして、サルをねらってうったときの状況を考えてみよう。サルが木につかまっていた。銃口をサルに向けて鉄砲を発射した。その状況を図にかくとつぎのようになる。

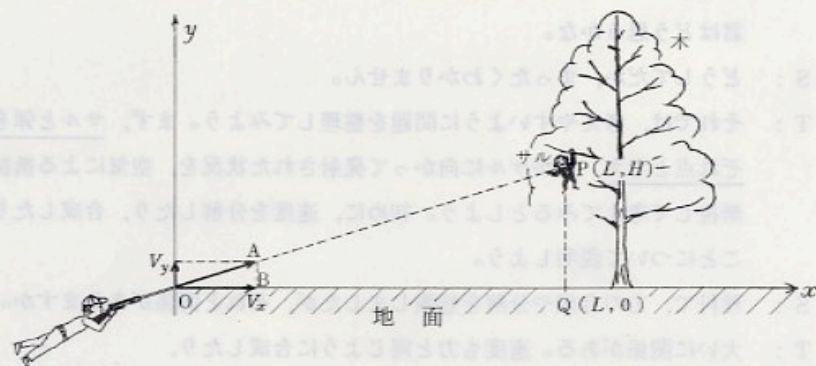


図3

※ 銃口を原点、地面をx軸、垂直上方にy軸をとる。なお、ここでは、銃口と地面の高さを同じと考える。

L [m] : 銃口からサルまでの水平距離

H [m] : 地面からサルまでの高さ

V [m/秒] : 弾を発射したときの速度

V_x [m/秒] : V を分解した右方向の速度

V_y [m/秒] : V を分解した上方向の速度

弾がサルに達するまでに何秒かかるか考えてごらん。

S: まず、水平方向を考えると、 V を分解した右方向の速度は V_x だから、サルまでの水平距離 L だけ弾が進むのに T 秒かかるすると、

$$T = \frac{L}{V_x} \text{ 秒} \dots\dots\dots(1)$$

となり、上方にも、この間進んでいきますね。

T: その通りだ。では、 T 秒間に上方にどのくらい進むか計算してごらん。

S: 弾は、 T 秒の間に上向きに V_y の速度で進んで行くのだから、上昇距離 h は、

$$h = V_y T = \frac{V_y L}{V_x} \dots\dots\dots(2)$$

一方、図3より、三角形POQと三角形AOBが相似であることから、

$$\frac{H}{L} = \frac{V_y}{V_x}$$

$$H = \frac{V_y L}{V_x} \dots\dots\dots(3)$$

(2), (3)より、 $h = H$ となり、弾は H だけ上昇していることとなりますね。

あれ、それでは、木の枝につかまってじっとしていれば、サルは弾に当たったはずじゃないですか。ところが、サルは木から手をはなしたのに、弾に当たったんでしょ。おかしいですね。

T: その考え方の中で、何か見落としていることはないかな。

S: なんだろう。

T: それか、何かを話してあげよう。地球上では、地球の中心に向かって働く重力という目に見えない力があって、どんな物でも地球に向かって落ちてくるのだ。

だから、弾も重力によって地球に向かって落ちてきて、まっすぐにはとばなかったのだ。

だから、弾は T 秒後にサルがいた木の枝の高さまで達しなかったのだ。

S: では、重力によってどのくらい落ちてきてしまうのでしょうか。

T: まず、実験結果から示すことにしよう。右の表は、いろいろな重さの物体を静止の状態から落としてみた結果だが、すべて同じになったのだ。このことから何がわかるかな。

表1 物体の落下速度

時刻[秒]	速度[m/秒]
0	0
1	10
2	20
3	30
4	40
5	50
⋮	⋮

S: 1秒たつごとに毎秒の速度が10 mずつ速くなっていくことがわかりますね。だから、静止している物体が、落ちはじめてt秒後の速度vは、

$$v = \boxed{ア} \dots\dots\dots(4)$$

ですね。

T: その通りだ。そして、3ページの表1の結果は、時刻が0, 1, 2, ……秒のときのものだが、0~1, 1~2, 2~3, ……秒の間の時刻においても式(4)が成り立つのである。

つぎに、t秒後にどのくらい落下するかを調べてみよう。

もし、物体が一定速度V[m/秒]で落下すると仮定すれば、t秒後の落下距離は、Vt[m]だから図4で示された斜線部分の面積になる。それでは、0~1, 1~2, 2~3, ……秒間の速度をそれぞれ、0, 10, 20, ……

m/秒と一定にすると、図5の階段状の斜線部分の面積が落下した距離になるね。

同様にして、0~1/2, 1/2~1, 1~3/2, ……秒間の速度をそれぞれ、0, 5, 10, ……m/秒と一定にすると、図6のようになる。

さらに、秒間隔を細かくしていくと、図7のような三角形に近づいていく。そして、この三角形の面積で、落下する物体がt秒間に移動した距離を表すことができるのだ。

S: では、図7の三角形の面積を求めてみます。

$$\frac{1}{2} \times t \times 10t = 5t^2 [m] \dots\dots\dots(5)$$

これが、落下する物体が初めのt秒間に移動する距離ですね。

T: その通り。では、話をもどして、サルに向かってうった弾は、T秒後には、 $\boxed{イ}$ m落ちているはずだ。すなわち、弾は地面からの高さが、

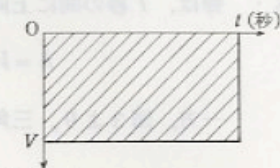


図4

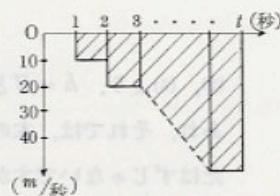


図5

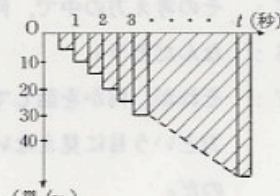


図6

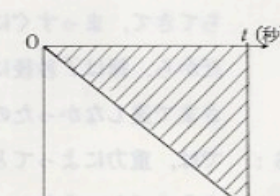


図7

$$\boxed{ウ} m \dots\dots\dots(6)$$

のところにある。

一方、サルは弾が発射されたとき、地面よりH[m]の高さにいた。T秒後にサルは $\boxed{エ}$ m落ちたのだから、T秒後の地面からの高さは、

$$\boxed{オ} m \dots\dots\dots(7)$$

のはずだ。

S: だから、枝から手をはなしたサルに弾が当たったんですね。……(問2)

T: そうだね。これではじめの疑問はとけたわけだ。ところで、式(7)の値はTが大きくなると必ずしも正の値をとるとは限らない。

$$\boxed{オ} = H - 5 \left(\frac{L}{V_x} \right)^2$$

だから、H $\boxed{カ}$ $5 \left(\frac{L}{V_x} \right)^2$ のときに限り空中で当たり、

$$H \boxed{キ} 5 \left(\frac{L}{V_x} \right)^2 \text{ のとき地面で当たる。}$$

弾がサルに当たる高さが地面より下にくるはずはないから、

$$H \boxed{ク} 5 \left(\frac{L}{V_x} \right)^2 \text{ のときは当たらないことになるね。}$$

今までは、前方にいるサルをねらって鉄砲でうった場合の話であったが、それでは、サルが真上にいるとき、真下から鉄砲をうったらどうなるだろう。まず、鉄砲の弾がどのくらいまで上昇することができるかを計算してごらん。

S: ものを真上に投げ上げると、速度はだんだん遅くなって、ついには止まってしまう、それから、逆に地面に向かって速度を増しながら落ちてきます。弾も、同様に考えられます。発射したときの速度をV[m/秒]とすると、重力がなければ、弾は真上にV[m/秒]の速度を持ちつづけますが、3ページの表1を見れば、重力によって毎秒10 mずつ減速されることがわかります。すなわち、式(4)だけ遅くなるのだから、上方向の速度を正とすると、t秒後の空中での速度は、

$$\boxed{ケ} m/秒 \dots\dots\dots(8)$$

となります。

弾が発射されてから、もっとも高くなって止まってしまうまでの時間をT秒

であるとすると、そのときの弾の速度は 0 m/秒 であるから、

$$T = \boxed{\text{コ}} \text{ 秒} \dots\dots\dots (9)$$

となる。このとき、重力がなければ $VT \text{ (m)}$ 上昇するが、重力によって $5T^2 \text{ (m)}$ だけ引きもどされるから、地面から最高点までの距離は、

$$VT - 5T^2 \text{ (m)} \dots\dots\dots (10)$$

となります。それを、 V だけで表すと $\boxed{\text{サ}} \text{ m}$ になります。

T: それでよろしい。だから、サルが式(9)より高いところにじっとしていれば弾には絶対に当たらないはずだ。では、前の話と同様に、弾の発射と同時にサルが木の枝から手をはなしたとしたらどうだろう。考え方は、弾がサルに当たるという現象を、同時刻に弾の座標とサルの座標が一致するとしてごらん。この場合は、 x 座標が一致しているのだから、 y 座標の一致を考えればいいだろう。

S: 初めのサルの高さを $H \text{ (m)}$ とすると、弾の発射から t 秒後の

$$\text{弾の高さは } Vt - 5t^2 \text{ (m)} \dots\dots\dots (11)$$

$$\text{サルの高さは } H - 5t^2 \text{ (m)} \dots\dots\dots (12)$$

弾がサルに当たる現象を式(11)と式(12)が一致すると考えるから、

$$Vt = H$$

すなわち、 $t = \frac{H}{V}$ 秒のときに弾がサルに当たることになりますね。

T: その通りだ。しかしながら、前の話と同様に、弾がサルに当たる限界がある。それは、弾がサルに当たる高さが地面より上にあること、すなわち式(11)が正であるということだ。

S: それでは、弾がサルに当たる高さは、式(11)に、 $t = \frac{H}{V}$ を代入したものだから、

$$H - 5 \left(\frac{H}{V} \right)^2 > 0$$

$$H \left(1 - 5 \times \frac{H}{V^2} \right) > 0$$

$$H > 0 \text{ だから、 } 1 - 5 \times \frac{H}{V^2} > 0$$

$$1 > 5 \times \frac{H}{V^2}$$

$$\text{両辺に } \frac{V^2}{5} \text{ をかけると、 } \frac{V^2}{5} > H$$

すなわち、はじめに、サルが高さ $\boxed{\text{シ}} \text{ m}$ より $\boxed{\text{ス}}$ ところにいれば、弾の発射と同時にサルが木から手をはなせば空中で弾がサルに当たることになりすね。

逆にいえば、サルは $\boxed{\text{シ}} \text{ m}$ より $\boxed{\text{セ}}$ ところにいれば、弾の発射と同時にサルが木から手をはなしても、弾はサルに当たらないことになりすね。

T: そういうことになる。しかし、これはあくまでも理論上のことであって、ジャックと豆の木の話に出てくるような高い高い木があって、そのはるか上の方にサルがいて、それを鉄砲でうつという、とほうもない話なんだ。

さて、ここで、サルが前方にいる場合に話をもどして、弾をうち出すときの速度と、弾がサルに命中するときのサルの高さの間にどんな関係があるかを考えてみよう。

弾が発射されてから、サルに命中するまでの時間を T 秒とすると、そのときのサルの高さ h は、

$$\begin{aligned} h &= H - 5T^2 \\ &= H - 5 \left(\frac{L}{V_x} \right)^2 \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

で表される。

S: ここで、 H 、 L を定数とすると、 h は V_x によって決まってくるのですね。

T: その通り。 V_x は、もともと V を分解したものだから V によって決まってくるのだ。

それを、実際に計算して確かめてみよう。

$$\begin{cases} V^2 = V_x^2 + V_y^2 & (\text{三平方の定理より}) \\ V_y = \frac{V_x H}{L} & (\text{式(3)より}) \end{cases}$$

V_y を消去すると、

$$V^2 = V_x^2 + \frac{V_x^2 H^2}{L^2}$$

$$V_x^2 = \frac{L^2 V^2}{H^2 + L^2}$$

式(13)に代入すると、

$$h = H - 5 \times \frac{H^2 + L^2}{V^2} \dots\dots\dots (14)$$

と表されることからわかるね。

S: はい、 h が V によって決まってくるのはわかりました。

T: ところで、式00からこんなこともわかるね。

弾の速度 V が非常に大きくなると、 $\frac{H^2+L^2}{V^2}$ は0に近づく。つまり、非常に速く弾が発射されると、式00より、ほぼ初めの高さでサルに当たる。この場合が現実に近い状況だ。

逆に、 V が非常に小さくなると、 $\frac{H^2+L^2}{V^2}$ は非常に大きくなり、 $5 \times \frac{H^2+L^2}{V^2}$ が H より大きくなる可能性が出てくる。すなわち、 h が負になる場合が出てくる。

では、 h が正、0、負になる場合とは、どんな状態かな。

S: ちょっとむずかしいですね。

h が正のときは、 (a)

h が0のときは、 (b)

h が負のときは、 (c)

となるんじゃないでしょうか。..... (問3)

T: その通りだ。この状況を図にかいてごらん。

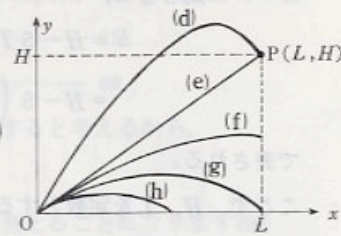


図8

S: はい。弾がとんでいく道すじを図にかく

と、図8のようになりました。..... (問4)

T: 今までは、 V を変数、 H 、 L を定数として考えてきたが、実際には、 V を定数、 H 、 L を変数と考えるほうが現実的である。..... (問5)

では、 V を定数、 H 、 L を変数として $h=0$ のとき、どうなるかを考えてみよう。

$$h = H - 5 \times \frac{H^2 + L^2}{V^2} = 0 \quad \text{より}$$

$$H = 5 \times \frac{H^2 + L^2}{V^2}$$

$$L^2 + H^2 - \frac{V^2 H}{5} = 0$$

これを变形すると、

$$L^2 + \left(H - \frac{V^2}{10}\right)^2 = \left(\frac{V^2}{10}\right)^2 \quad \text{..... (09)}$$

また、 H は高さ、 L は距離だから、ともに正の値である。

S: なんだか、むずかしい式ですね。

T: 式09のグラフをかいてみよう。

$L-H$ 座標で、式09を満たす点 $A(L, H)$

と $O'(0, \frac{V^2}{10})$ の距離 $O'A$ は、図9のよう

に直角三角形 $AO'A$ を考えることにより、

$$\begin{aligned} O'A^2 &= O'A'^2 + AA'^2 \\ &= L^2 + \left(H - \frac{V^2}{10}\right)^2 \\ &= \left(\frac{V^2}{10}\right)^2 \quad (\text{式09より}) \end{aligned}$$

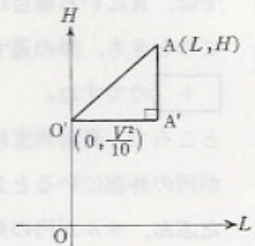


図9

$O'A$ は正だから、

$O'A = \frac{V^2}{10}$ となり、式09を満たす点はすべて、 O' から $\frac{V^2}{10}$ の距離にある。

したがって、式09は点 O' を中心とする半径 $\frac{V^2}{10}$ の円を表すのだ。

これをグラフにかくと、図10のようになる。

そして、さきほどの条件から、 H 、 L が正の値だから、考えるのは第一象限だけでよいことになる。

S: この円周上の位置でサルが木につかまわるとき、弾が発射されると同時に、木から手をはなすと、 のですね。

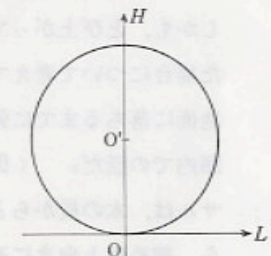


図10

T: その通り。では、円の内部や外部でサルが木につかまっているとき、弾が発射されると同時に手をはなすと、サルはどうなると思うかね。

S: これはむずかしいですね。

T: たとえば、発射角度が、地面と 60° の場合を考えてみよう。(図11)

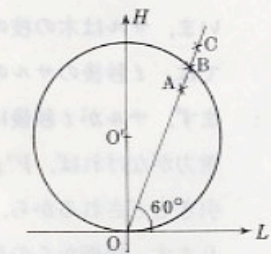


図11

サルがBにいたときは「ツ」ということを考えれば、サルがCにいるときはどうなるかな。弾のとんでいく道すじを考えてごらん。

S: このときも、弾の道すじはBにいたときと同じですね。道すじを図にかきこんでみます。…… ああ、わかりました。Cにいるときは、「テ」のですね。

T: では、Aにいる場合はどうかな。

S: このときも、弾の道すじは前と変わりませんね。だから、Aにいるときは、「ト」のですね。

T: ところで、発射角度は 60° に限らず、いろいろな角度にとれるから、サルが円の外部にいるときと、内部にいるときはどうなるか考えてごらん。

S: たぶん、サルが円の外部にいるときは、「ナ」

サルが円の内部にいるときは、「ニ」

ことになると思います。

T: その通りだ。

では、これで話を最後にするが、サルが木の上で真上にとび上がったとしたら、どのようにねらったらいいと思うかな。しかも、とび上がって地面まで落ちてきた場合について考えてごらん。もちろん、地面に落ちるまでに弾がサルに当たる範囲内での話だ。(図12)

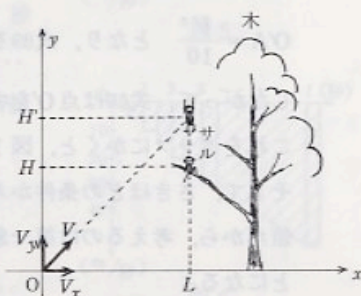


図12

S: サルは、木の枝からとび上がったのだから、初めは上向きに速度を持っていたことになりますね。

T: そうだね。その速度を V' 〔m/秒〕としよう。

いま、サルは木の枝の高さ H 〔m〕からとび上がったとする。

では、 t 秒後のサルの高さを計算してごらん。

S: まず、サルが t 秒後に木の枝からどのくらいの高さにいるかを考えてみます。重力がなければ、 $V't$ だけ上がっているけれども、重力によって $5t^2$ だけ引きもどされるから、木の枝の高さより $V't - 5t^2$ だけ上にいることになります。地面からの高さ h を考えると $h = H + V't - 5t^2$ の高さにいることになりますね。

今、サルが木の枝からとび上がったので、木より高いところばかり考えていたのですが、実際には、最高点まで達したら、逆に落ちてきて、木の枝の高さより下にきて、最後は地面に到達するんですね。

T: その通りだ。 $h = H + V't - 5t^2$ という式は、木の枝より下にいるときの高さもあらわしているのだ。 t が大きくなると、 $V't - 5t^2$ の値は正から0をへて、負に変わっていく。だから、 h の値も H から増えていき、ある時刻から減りはじめて、 H より小さくなる。

それでは、サルの速度はどのように変わるかな。

S: 前にやった、真上に鉄砲をうったときの弾と同じように、サルを考えればいいですね。 t 秒後のサルの速度 v は、 $v = V' - 10t$ 〔m/秒〕

となり、 t の値が大きくなると、正から0をへて負になります。すなわち、上向きの速度がだんだん遅くなってきて、やがて止まり、逆に下向きの速度を持つようになり、だんだん速くなって落ちてきます。

T: それでは、地面からサルが達した最高点までの高さを求めてごらん。

S: サルがとび上がってから、最高点に達するまでの時間を T' 秒とします。サルの達した最高点での速度 v は0だから、 $v = V' - 10T' = 0$ 〔m/秒〕より、 $T' = \frac{V'}{10}$ となります。したがって、 $\frac{V'}{10}$ 秒かかって、サルは最高点に達します。

地面からサルの達した最高点までの高さ H' は、

$$H' = H + \frac{(V')^2}{10} - 5 \times \left(\frac{V'}{10}\right)^2 = H + \frac{(V')^2}{20} \dots\dots\dots (10)$$

となります。

T: では、サルをうつには、どの高さに来たときをねらえばいいだろうか。

S: それは、サルが最高点に達したときをねらうてばいいのではないのでしょうか。

T: その通りだ。……………(問7)

では、実際に当たるかどうか、計算してごらん。

S: 計算方法は、前にやったものと同じです。

違う点は、前の場合は、弾の発射と同時にサルが手をはなしたのですが、この場合は、サルがとび上がって最高点に達したとき、弾を発射するというこ

とです。そこで、弾を発射したときの時刻を0とします。まず、水平方向を考え、弾が L [m] だけ進むのにかかる時間 T は、

$$T = \frac{L}{V_x} \text{ [秒]}$$

となります。 T 秒後の弾の高さは、

$$V_y T - 5 T^2 = \boxed{\text{ヌ}} \text{ m} \dots\dots\dots 07$$

一方、サルが最高点から T 秒間で $5 T^2$ 落下するから、 T 秒後のサルの高さは、 $\boxed{\text{ネ}} \text{ m} \dots\dots\dots 08$

07, 08より、弾はサルに当たります。

T: その通りだ。

自然の中には、いろいろおもしろい現象があるけれども、それを当然のことと考えていたのでは何の進歩もない。その現象をとらえて、なぜだろうと考えることが、いろいろな分野での発展をうながすのだ。この話も、現実の問題をとらえて、分析して、発展させるところに意義がある。しかも、数学は、このような問題の分析には欠くことができないし、また、このような問題を通して、数学が発展するということもあるんだよ。ぜひ、自分の身のまわりのことについても考えてごらん。

S: どうも、おもしろい話をありがとうございました。

指 示

以上の対話の内容にもとづいて、問1から問11までの設問に答えなさい。

資料文の $\boxed{\quad}$ には、通しの符号がつけてあり、明らかに同じものが入る場合には、同じ符号をつけてあるので解答がずれないように注意しなさい。

解答はすべて、解答用紙に書きなさい。

問 題

問1. (資料文 p.4~p.7) ア, イ, ウ, エ, オ, ケ, コ, サ, シには適当な数値、および H , T , V , t を用いた式を入れなさい。また、カ, キ, クには、等号または、不等号を、ス, セには適当なことばを入れなさい。

問2. (資料文 p.5) つぎの①, ②には適当な式の番号を、③, ④には L , H , T を用いた式を入れなさい。

弾がサルに当たったことは、つぎの理由からわかる。

弾を発射してから T 秒後のサルと弾の x 座標は一致する。

また、式①と式②が等しいから、 y 座標も一致する。以上のことから座標(③, ④)で弾がサルに当たったことがわかる。

問3. (資料文 p.8) ソ, タ, チに、つぎのうちからもっとも適当なものを選び、番号で答えなさい。

- ①. サルが地面に達したときに、弾がサルに当たる
- ②. サルに当たらないで、弾はサルの下を通過する
- ③. サルにとどく手前で、弾は地面に当たる
- ④. サルに当たらないで、弾はサルの上を通過する
- ⑤. サルが空中にいるときに、弾がサルに当たる

問4. (資料文 p.8) (a), (b), (c)は図8の(d), (e), (f), (g), (h)のどれにあたるかを答えなさい。

示 範

問5. (資料文 p.8) どうして、現実的なのかを説明するのに、もっとも適切なものをつぎの中から選び、番号で答えなさい。

- ①. サルがどんなに遠くにいても、弾の速度が速ければ速いほど、命中させやすいから。
- ②. 弾の速度を変えるのはむずかしいが、銃口とサルの位置関係は変えられるから。
- ③. サルの落ちる距離が長いほど、サルは弾に当たりやすいから。
- ④. 銃口からサルまでの水平距離にくらべて、弾の到達距離の方がずっと大きいから。
- ⑤. ふつうの場合は、弾の速度は非常に大きいので、サルまでの距離は考えなくてよいから。

問6. (資料文 p.9～p.10) ツ, テ, ト, ナ, ニに、問題3の選択肢のうちから、もっとも適当なものを選び、番号で答えなさい。

問7. (資料文 p.11) なぜ、サルが最高点に達したときをねらえばいいのか。その理由として、つぎの中から、もっとも適当なものを選び、番号で答えなさい。

- ①. サルがとび上がった時刻より、弾を発射する時刻を遅らせなければならないから。
- ②. サルがとび上がってから、最高点に達するまでにかかった時間が $\frac{V'}{10}$ 秒であるから。
- ③. 下向き速度が 0 m/秒 のときをねらうてばよいから。
- ④. 弾は、水平方向に L だけ進むうちに、垂直方向には枝の高さまで達するから。
- ⑤. サルが最高点に達したときが、一番ねらいやすいから。

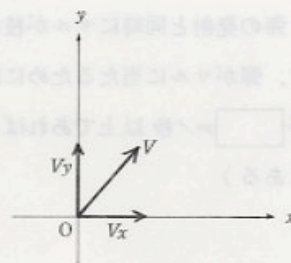
問8. (資料文 p.12) ス, ネに H' と T を用いた式を入れなさい。

問9. 話の内容をふまえて、つぎのうちから正しいものには○、誤っているものには×をつけなさい。

- ①. 銃口を向けられて、うたれても、木の上にじっとしていればサルは弾に当たらない。
- ②. 銃口を向けられて、うたれても、弾の発射と同時に枝から手をはなせば、サルは弾に当たらない。
- ③. 枝からとび上がったサルをうつとき、一定時間内に重力によってさし引かれる y 軸方向の距離は、サルでも、弾でも同じである。
- ④. 弾の発射と同時に、サルが枝から手をはなせば、サルをねらう角度が同じ場合、弾の速度が速いほど高いところで弾がサルに当たる。
- ⑤. サルが地上にいるときには、銃口をサルに向けてねらうてば、弾は必ずサルに当たる。

問10. つぎの①～③に適当な数値または、式を入れなさい。

前方に弾を発射したとき、右図のように、速度を分解すると、弾の t 秒後の水平距離 $x \text{ [m]}$ は、 $x = \text{①}$ 、垂直距離 $y \text{ [m]}$ は、 $V_y t$ よりも ② だけ低いところにあるのだから、 $y = \text{③}$ となる。



よって、

$$\begin{cases} x = \text{①} \\ y = \text{③} \end{cases}$$

弾は、水平方向にはどこまでとぶかということを考える。もし、弾が落下しなければ、水平方向には $V_x \text{ [m/秒]}$ でずっと、とびつづけるのだが、実際には落下して、地面に当たってしまう。

いま、銃口が原点にあるとすると、弾を発射してから、地面に当たる地点までとぶのにかかる時間は、 ④ 秒である。

したがって、水平方向にとぶ距離は ⑤ m である。

問10. つぎに、もっとも遠くまで弾をとばすには、発射角度をどのくらいにすればよいかを考える。

$$\text{⑤} = \frac{1}{10} \{ V_x^2 + V_y^2 - (V_x - V_y)^2 \}$$

$$= \frac{1}{10} \{ V^2 - (V_x - V_y)^2 \}$$

{ } の中で、 V^2 は正の値であるから、 $(V_x - V_y)^2$ がもっとも小さいとき、

⑤ はもっとも大きくなる。すなわち、⑥ = ⑦ のときだから、水

平方向と⑧度の角度でうったときに、もっとも遠い地点⑨m (水平距離) まで達する。

問11. つぎの□の中に適当な数値を入れなさい。

右図のような位置Pにサルがいる場合を考える。

弾の発射と同時にサルが枝から手をはなすとき、弾がサルに当たるためには、弾の発射速度が□m/秒以上であればよい。(銃口はOにある)

