

解答:  $n$  個の場合

$$A = 1 \times a_1 + 2 \times a_2 + 3 \times a_3 + \dots + (n-2) \times a_{n-2} + (n-1) \times a_{n-1} + n \times a_n$$

$$B = 1 \times a_n + 2 \times a_{n-1} + 3 \times a_{n-2} + \dots + (n-2) \times a_3 + (n-1) \times a_2 + n \times a_1$$

$$C = 1 \times a_i + 2 \times a_i + 3 \times a_i + \dots + (n-2) \times a_{n-i} + (n-1) \times a_{n-i} + n \times a_i$$

このとき、 $A = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n \dots \textcircled{1}$

$$+ a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n \dots \textcircled{2}$$

$$+ a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n \dots \textcircled{3}$$

$$\vdots$$

$$+ a_{n-2} + a_{n-1} + a_n \dots \textcircled{n-2}$$

$$+ a_{n-1} + a_n \dots \textcircled{n-1}$$

$$+ a_n \dots \textcircled{n}$$

$$B = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1 \dots \textcircled{1}$$

$$+ a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1 \dots \textcircled{2}$$

$$+ a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1 \dots \textcircled{3}$$

$$\vdots$$

$$+ a_3 + a_2 + a_1 \dots \textcircled{n-2}$$

$$+ a_2 + a_1 \dots \textcircled{n-1}$$

$$+ a_1 \dots \textcircled{n}$$

$$C = a_i + a_i + a_i + \dots + a_{n-i} + a_{n-i} + a_i \dots \textcircled{1}$$

$$+ a_i + a_i + \dots + a_{n-i} + a_{n-i} + a_i \dots \textcircled{2}$$

$$+ a_i + \dots + a_{n-i} + a_{n-i} + a_i \dots \textcircled{3}$$

$$\vdots$$

$$+ a_{n-i} + a_{n-i} + a_i \dots \textcircled{n-2}$$

$$+ a_{n-i} + a_i \dots \textcircled{n-1}$$

$$+ a_i \dots \textcircled{n}$$

と表すことができる。

$A$  と  $C$  を比較する。

$$A \textcircled{1} \text{ と } C \textcircled{1} \text{ を比較すると、} A \textcircled{1} = C \textcircled{1}$$

とこから、 $A \textcircled{2}$  と  $C \textcircled{2}$  を比較すると、 $a_i \sim a_n$  は  $a_1 \sim a_n$  を入れかえたうちのいずれかであるから、 $A \textcircled{2} > C \textcircled{2}$  となる。

同様にして  $A \textcircled{3} > C \textcircled{3}$ ,  $\dots$ ,  $A \textcircled{n-1} > C \textcircled{n-1}$ ,  $A \textcircled{n} > C \textcircled{n}$

したがって、 $A > C$   $-(I)$

次に  $B$  と  $C$  を比較する。

$$B \textcircled{1} \text{ と } C \textcircled{1} \text{ を比較すると、} B \textcircled{1} = C \textcircled{1}$$

とこから  $B \textcircled{2}$  と  $C \textcircled{2}$  を比較すると、 $B \textcircled{2} < C \textcircled{2}$  となる。

同様にして、 $B \textcircled{3} < C \textcircled{3}$ ,  $\dots$ ,  $B \textcircled{n} < C \textcircled{n}$

したがって、 $B < C$   $-(II)$

(I.) と (II.) より、 $A > C > B$  //

