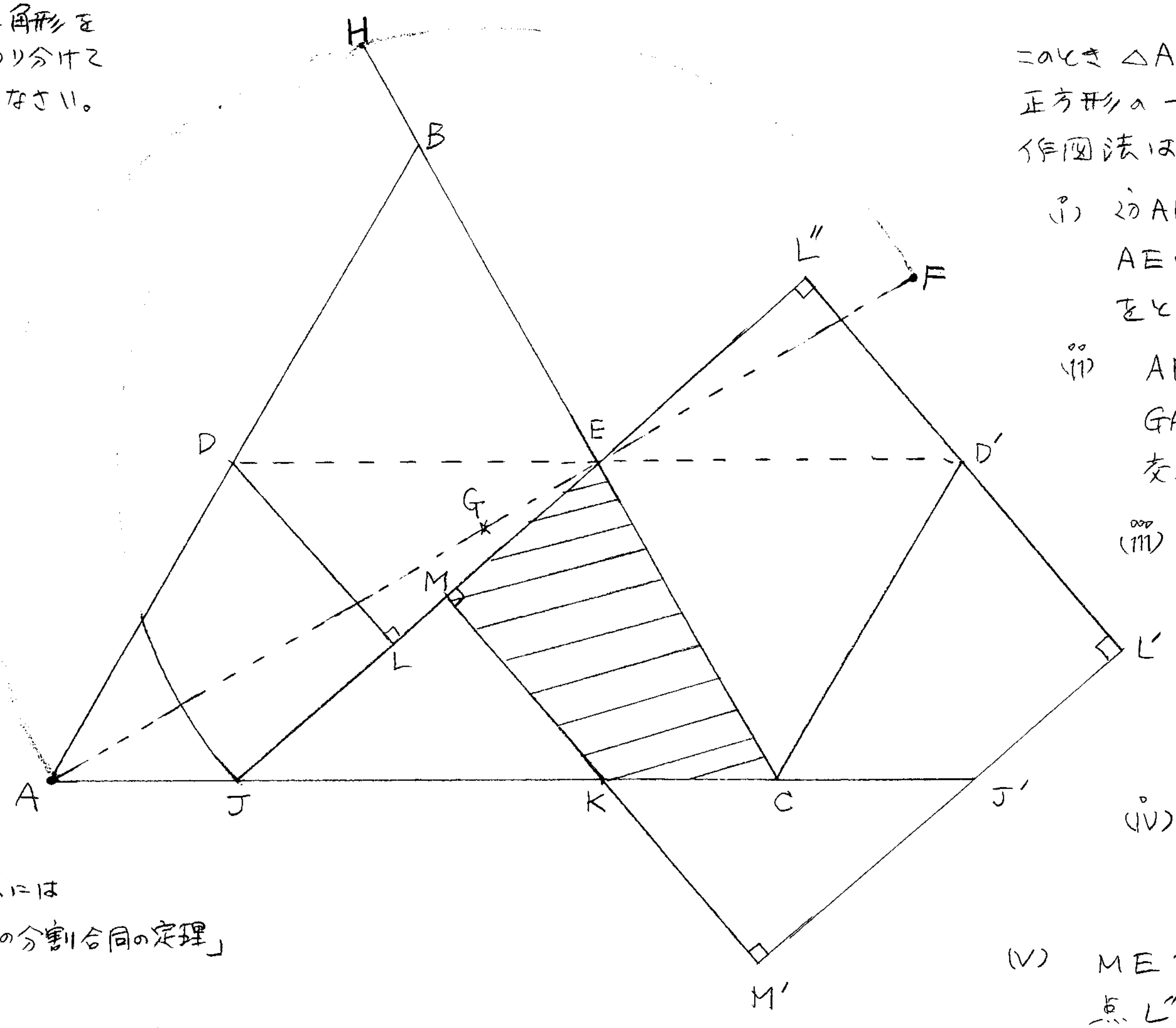
[問題]

与えられた正三角形を4つの部分に切り分けて正方形を作りなさい。



(解)　正三角形ABCを与える。一辺の長さを2とする。

このとき△ABCの面積は$\sqrt{3}$となるから、できあがる正方形の一辺の長さは$\sqrt[4]{3}$である。その正方形の作図法は以下のとおりである。

(i) 辺AB, BCの中点をそれぞれD, Eとして、AEの延長上に EF = EB をみたす点Fをとる。

(ii) AFの中点をGとして、Gを中心に半径GAの円をかく。この円とEBの延長との交点をHとする。

(iii) つぎに、Eを中心として、半径EHの円をかき、ACとの交点をJとする。そして辺AC上に、JK = DE をみたす点Kをとる。

(iv) D, Kから線分JEに垂線を下ろし、それぞれの足をL, Mとする。

(v) MEを延長して ML″ = EH をみたすように点L″をとり、MKを延長して MM′ = EH をみたすように点M′をとる。このとき、ML″, MM′を二辺とする正方形MM′L′L″を作れば、それが求める正方形である。

[注] この場合、与えられた正三角形ABCを4つの部分、□BDLE, □DAJL, △MJK, □EMKCに切り分けて、正方形MM′L′L″を組み立てたことになる。ただし D′は、線分DEの延長と辺L′L″の交点である。

* この問題の背景には「等積多角形の分割合同の定理」がある。

定理；平面上に面積の等しい二つの多角形が与えられたとき、どちらにも組み立てられる有限個の多角形の集合が存在する。

(1833年　ボヤイとゲルヴィーン)